



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

Заключительный тур
2016-2017 уч. год

10 класс
Вариант 1

1. (10 баллов) Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что центры окружностей, описанных вокруг треугольников ABC и CDA , лежат на диагонали BD . Найдите угол DBC , если $\angle ABD = 40^\circ$.

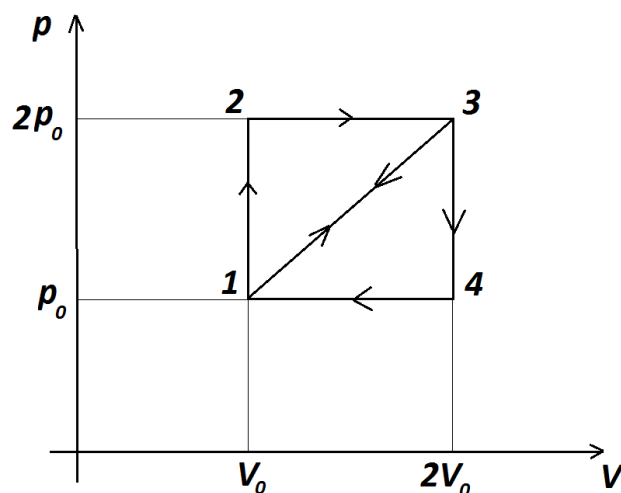
2. (13 баллов) Учительница написала на доске положительное число x и попросила Колю, Петю и Васю возвести это число соответственно в 3-ю, 4-ю и 12-ю степени. Оказалось, что до запятой в Колином числе не менее 9 цифр, а в Петинном не более 11 цифр. Сколько цифр до запятой в записи Васиного числа?

3. (13 баллов) Решите уравнение

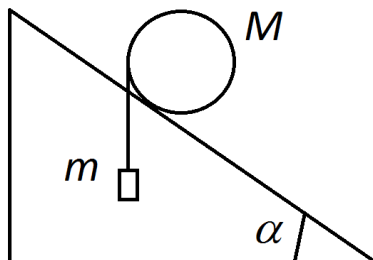
$$2x + 1 + x\sqrt{x^2 + 1} + (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 2} = 0.$$

4. (14 баллов) Имеется три сплава никеля, меди и марганца. В первом – 30% никеля и 70% меди, во втором – 10% меди и 90% марганца, а в третьем – 15% никеля, 25% меди и 60% марганца. Нужно получить новый сплав этих трёх металлов с 40% марганца. Какие значения может принимать процентное содержание меди в новом сплаве?

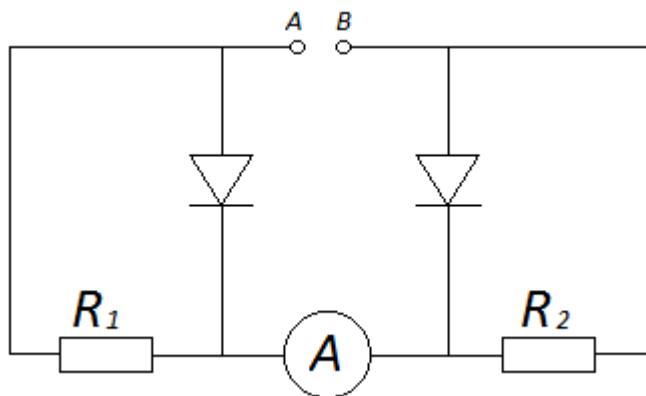
5. (15 баллов) С одинаковым количеством одноатомного идеального газа совершают два циклических процесса: $1-2-3-1$ и $1-3-4-1$. Найдите отношение их КПД.



6. (10 баллов) Цилиндр массой $M = 1 \text{ кг}$ поместили на рельсы, наклонённые под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (вид сбоку показан на рисунке). Груз какой минимальной массы m нужно прикрепить к намотанной на цилиндр нити, чтобы он покатился вверх? Проскальзывание отсутствует.



7. (10 баллов) В электрической цепи, показанной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 10 \text{ Ом}$ и $R_2 = 20 \text{ Ом}$. К точкам A и B схемы подключается источник тока. При смене полярности его подключения показания амперметра изменяются в полтора раза. Определите внутреннее сопротивление источника. Амперметр считайте идеальным. Считайте, что сопротивление диодов в прямом направлении пренебрежимо малое, а в обратном – бесконечно большое.



8. (15 баллов) 50 одинаковых металлических шариков радиуса $R = 1 \text{ мм}$ соединили равными проводящими отрезками в цепочку, причём длина каждого отрезка соединительного провода $l = 30 \text{ см}$ намного больше величины радиуса шарика. Затем полученная конструкция была помещена в однородное электрическое поле известной напряжённости $E = 100 \text{ В/м}$. Шарики располагаются на одной линии, параллельной вектору напряжённости. Какие по величине заряды индуцируются на крайних в цепочке шариках?



**Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам**

**Заключительный тур
2016-2017 уч. год**

**10 класс
Вариант 2**

1. (10 баллов) Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что центры окружностей, описанных вокруг треугольников ABC и CDA , лежат на диагонали BD . Найдите угол DBC , если $\angle ABD = 35^\circ$.

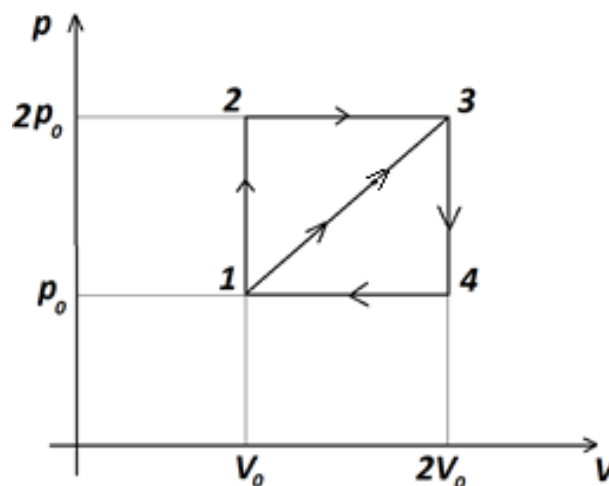
2. (13 баллов) Учительница написала на доске положительное число x и попросила Колю, Петю и Васю возвести это число соответственно в 4-ю, 5-ю и 20-ю степени. Оказалось, что до запятой в Колином числе не менее 8 цифр, а в Петинем не более 9 цифр. Сколько цифр до запятой в записи Васиного числа?

3. (13 баллов) Решите уравнение

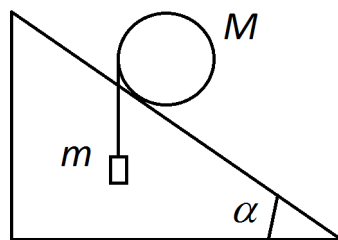
$$2x + 2 + x\sqrt{x^2 + 1} + (x + 2)\sqrt{x^2 + 4x + 5} = 0.$$

4. (14 баллов) Имеется три сплава. Первый сплав содержит 60% алюминия, 15% меди и 25% магния, второй – 30% меди и 70% магния, третий – 45% алюминия и 55% магния. Нужно получить новый сплав этих трёх металлов с 20% меди. Какие значения может принимать процентное содержание алюминия в новом сплаве?

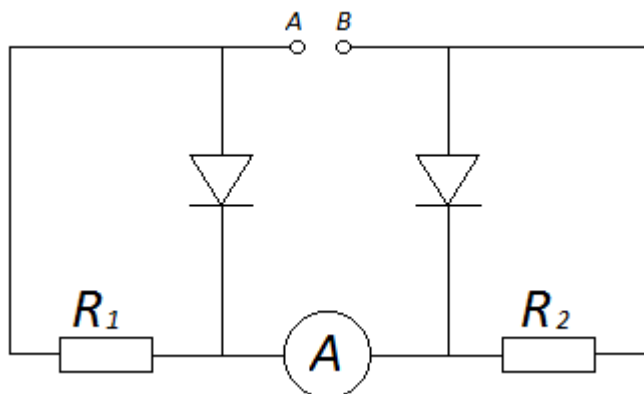
5. (15 баллов) С одинаковым количеством одноатомного идеального газа совершают два циклических процесса: $1-2-3-4-1$ и $1-3-4-1$. Найдите отношение их КПД.



6. (10 баллов) Цилиндр массой $M = 0,5 \text{ кг}$ поместили на рельсы, наклонённые под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту (вид сбоку показан на рисунке). Груз какой минимальной массы m нужно прикрепить к намотанной на цилиндр нити, чтобы он покатился вверх? Проскальзывание отсутствует.



7. (10 баллов) В электрической цепи, показанной на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 10 \text{ Ом}$ и $R_2 = 30 \text{ Ом}$. К точкам A и B схемы подключается источник тока. При смене полярности его подключения показания амперметра изменяются в полтора раза. Определите внутреннее сопротивление источника. Амперметр считайте идеальным. Считайте, что сопротивление диодов в прямом направлении пренебрежимо малое, а в обратном – бесконечно большое.



8. (15 баллов) 100 одинаковых металлических шариков радиуса $R = 1 \text{ мм}$ соединили равными проводящими отрезками в цепочку, причём длина каждого отрезка соединительного провода $l = 50 \text{ см}$ намного больше величины радиуса шарика. Затем полученная конструкция была помещена в однородное электрическое поле известной напряжённости $E = 1000 \text{ В/м}$. Шарики располагаются на одной линии, параллельной вектору напряжённости. Какие по величине заряды индуцируются на крайних в цепочке шариках?