

**Демонстрационный тест по математике**  
**для поступающих в**  
**Северный (Арктический) федеральный университет**  
**имени М.В. Ломоносова**  
**в 2015 году**

**Инструкция по выполнению**

Экзаменационная работа по математике состоит из 14 заданий. Результат решения каждого задания оформляется в виде краткого ответа.

**Обращаем внимание:** решения заданий не оформляются в листе ответов и не проверяются при оценивании работы.

Ответом задания может быть одно число (любое действительное), набор чисел, числовой промежуток (единицы измерения в ответе не указываются, результаты не округляются).

Каждый ответ оценивается определенным количеством баллов согласно шкале, представленной ниже.

**Критерии оценивания**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Баллы	0-5	0-5	0-5	0-5	0-5	0-5	0-7	0-7	0-7	0-9	0-10	0-10	0-10	0-10

**Вариант 1**

1. Решите уравнение  $\sqrt{-72-17x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите меньший из них.
2. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?
3. Решите неравенство  $\frac{(5x-3)(4-x)}{2+x} \leq 0$ .
4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций  $y = -x^2$  и  $y = 2x - 3$ , лежащей в третьей координатной четверти.
5. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$ .
6. Найдите значение выражения  $\log_2 16 \cdot \log_6 36$ .
7. Найдите точку максимума функции  $y = (x^2 - 10x + 10) \cdot e^{5-x}$ .
8. Решите уравнение  $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$ . В ответе укажите наибольший отрицательный корень.

9. Найдите область определения функции  $y = \frac{\ln^2(x^2 - 3x)}{\sqrt{5x+1}}$ .
10. В треугольнике  $ABC$  точка  $D$  делит сторону  $AC$  на отрезки  $AD = 3$  и  $DC = 13$ ;  $\angle BAC = 60^\circ$ ;  $\angle ABD = \angle ACB$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
11. Решите уравнение  $2\log_{12}\left(x + \frac{6}{x-5}\right) = \log_{12}\left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-3}\right) + 3$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите их произведение.
12. Найдите все значения параметра  $c$ , при которых корни уравнения  $x^2 + 4cx + (1 - 2c + 4c^2) = 0$  меньше, чем  $-1$ .
13. Расстояние от деревни до железнодорожной станции равно 60 км. Мотоциклист выехал из деревни на  $1\frac{1}{4}$  ч позже велосипедиста и прибыл на станцию, когда велосипедист был от нее в 21 км. Найдите скорость велосипедиста (в км/ч), если он была на 18 км/ч меньше скорости мотоциклиста.
14. В основании наклонной призмы лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, катеты которого равны 7 см. Боковая грань, проходящая через один из катетов основания, перпендикулярна плоскости основания, а площадь другой боковой грани, проходящей через катет основания, равна  $56 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы, если ее боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .

## Вариант 2

1. Найдите корень уравнения  $\sqrt{34-3x} = 4$ .
2. Шоколадный батончик стоит 7 рублей 50 копеек. Какое наибольшее количество батончиков можно купить на 40 рублей?
3. Решите неравенство  $4x - 16 \leq 12$ .
4. Найдите координаты точки пересечения графиков функций  $y = \frac{1}{3}x$  и  $y = 4 - x$ .
5. Решите уравнение  $5^{x^2+2} = 5^{3x}$ .
6. Найдите значение выражения  $\log_3 5,4 + \log_3 5$ .
7. Прямая  $y = 5x + 8$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 4x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.
8. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi(4x-3)}{3} = \frac{1}{2}$ . В ответе укажите наименьший положительный корень.
9. Найдите корни уравнения  $5^{2(\log_{13} x)^2} - 6 \cdot 5^{(\log_{13} x)^2} + 5 = 0$ .

10. В треугольнике  $ABC$  известны стороны:  $AB = 13$ ,  $BC = 21$ ,  $AC = 20$ . Найдите площадь треугольника, образованного стороной  $BC$  и проведенными из вершины  $A$  высотой и медианой.
11. Решите неравенство  $\frac{4^{|x+1|} + 2}{3} < 2^{|x+1|}$ .
12. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0$  меньше 2?
13. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 25 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин, но в пункт  $B$  приехал на 3 мин раньше автобуса. Найдите скорость автомобиля, если скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.
14. В основании наклонной призмы лежит равнобедренный треугольник с основанием 10 см и высотой к этому основанию 6 см. Боковое ребро призмы составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Объем призмы равен  $90 \text{ см}^3$ . Найдите длину бокового ребра призмы.