

Рекомендации по выполнению и оформлению расчетно-графической работы по дисциплине «Математика»

Перед выполнением расчетно-графической работы (РГР) студент должен изучить соответствующие разделы курса «Математика», используя рекомендованную учебную литературу.

Расчетно-графическая работа выполняется в отдельной тетради. На обложку тетради приклеивается титульный лист расчетно-графической работы (см. ниже), вписывается ФИО студента. Внутри тетради первая страница остаётся чистой с надписью сверху «Лист для замечаний».

При оформлении решения заданий в начале указывается вариант расчетно-графической работы, который определяется последней цифрой номера зачетной книжки студента. Так, если номер зачетной книжки заканчивается на цифру 3, то следует решить все представленные ниже задания под номерами 1.3, 2.3, 3.3, ..., 8.3. Перед записью решения каждого задания полностью переписывается его условие, в конце каждого задания приводится ответ. В самом конце расчетно-графической работы должна быть указана дата выполнения работы и поставлена подпись студента.

Расчетно-графические работы по дисциплине «Математика» следует сдавать на *кафедру математического анализа, алгебры и геометрии* Высшей школы информационных технологий и автоматизированных систем (12 корпус САФУ), расположенную по адресу: г. Архангельск, ул. Урицкого, 68, корпус 3, ауд. 304 (часы работы: пн-пт, с 9:00 до 16:00, обед с 12:00 до 13:00).

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»

Высшая инженерная школа

(наименование высшей школы / филиала / института / колледжа)

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

По дисциплине

Математика

На тему

Линейная, векторная алгебра

и аналитическая геометрия

Выполнил (-а) обучающийся (-ая):

(Ф.И.О.)

Направление подготовки:

08.03.01 Строительство

(код и наименование)

Курс: 1

Группа: 273801

Руководитель:

Кочкин С.А., доцент, к.ф.-м.н.

(Ф.И.О. руководителя, должность / уч. степень / звание)

Отметка о зачете

(отметка прописью)

(дата)

Руководитель

(подпись руководителя)

(инициалы, фамилия)

Архангельск 2018

Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы
для студентов 1 курса направления подготовки
08.03.01 заочной формы обучения

по дисциплине **Математика**

на тему «**Линейная, векторная алгебра и аналитическая геометрия**»

Задание 1. Найти произведение матриц

$$1.1. \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ -5 & 7 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ -3 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 12 \\ -3 & -6 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 5 & -7 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1.4. \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 8 & 7 \\ 2 & -9 & 3 \\ 0 & 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$1.5. \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ -3 & -4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -3 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$1.6. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 1 \\ -4 & -2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 6 & 6 & 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.7. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$1.8. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 5 & -2 \\ -3 & -4 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.9. \begin{pmatrix} -1 & -5 & -3 \\ 5 & -7 & 2 \\ 8 & 10 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 9 & 12 \\ -3 & -6 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1.10. \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 8 & 9 & 7 \\ -4 & -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 6 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$2.1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -6 \\ 5 & 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$2.2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$2.3. \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 5 \\ 5 & 4 & 7 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$$

$$2.4. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 7 & 0 \\ 3 & -3 & -1 & 6 \end{vmatrix}.$$

$$2.5. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 & 9 \\ 1 & -3 & -1 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$2.6. \begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 & 7 \\ 8 & 3 & 3 & 10 \\ 0 & 6 & 2 & 7 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$2.7. \begin{vmatrix} 5 & 5 & 4 & 1 \\ 3 & 9 & -8 & 2 \\ 3 & -10 & 0 & 4 \\ 6 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$2.8. \begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 & 7 \\ 3 & 9 & -8 & 2 \\ 3 & -10 & 0 & 4 \\ 5 & 2 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$2.9. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 10 & -9 \end{vmatrix}. \quad 2.10. \begin{vmatrix} 0 & 3 & -3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 & 7 \\ 5 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 7 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

Задание 3. Дана система линейных уравнений. Найти ее решение методом Крамера. Сделать проверку решения.

$$3.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1. \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 13 \end{cases} \quad 3.2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -1. \\ 7x_1 - 5x_3 = 16 \end{cases}$$

$$3.3. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -1 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 3x_3 = -5 \end{cases} . \quad 3.4. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -4. \\ 3x_1 + x_2 - 5x_3 = 0 \end{cases} \quad 3.6. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 9 \\ 7x_1 + x_2 - 3x_3 = -2. \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} 12x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 12 \\ x_1 - 5x_2 - 8x_3 = -41. \\ 2x_1 + x_3 = 6 \end{cases} \quad 3.8. \begin{cases} -5x_1 + 4x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_2 + x_3 = 1 \end{cases} .$$

$$3.9. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = 1, \\ -x_1 + 4x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 9x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases} \quad 3.10. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

Задание 4. Даны векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Найти:

- координаты и длину вектора $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.
- скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} .
- векторное произведение $\vec{b} \times \vec{c}$ и площадь треугольника, построенного на этих векторах.
- смешанное произведение $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ и объем треугольной пирамиды, построенной на этих векторах.

$$4.1. \vec{a}(-1; 0; -1), \vec{b}(0; -1; -1), \vec{c}(2; 3; 1). \quad 4.2. \vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}.$$

$$4.3. \vec{a}(1; 3; 0), \vec{b}(-2; 0; 1), \vec{c}(1; 1; -1). \quad 4.4. \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = -3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

$$4.5. \vec{a}(1; 2; 3), \vec{b}(-3; 0; 1), \vec{c}(2; 1; 0). \quad 4.6. \vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}.$$

$$4.7. \vec{a}(0;1;1), \vec{b}(-1;1;0), \vec{c}(-2;1;4). \quad 4.8. \vec{a} = -2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}.$$

$$4.9. \vec{a}(1;0;1), \vec{b}(0;1;1), \vec{c}(-2;-3;-1). \quad 4.10. \vec{a} = \vec{i}, \vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}.$$

Задание 5. Даны координаты вершин треугольника ABC. Построить этот треугольник на плоскости и найти:

- а) уравнения всех его сторон;
 б) внутренний угол A треугольника;
 в) площадь треугольника.

$$5.1. A(1;0), B(7;3), C(4;4).$$

$$5.2. A(-1;1), B(-7;4), C(-4;5).$$

$$5.3. A(0;1), B(6;4), C(3;5).$$

$$5.4. A(-1;-1), B(-7;2), C(-4;3).$$

$$5.5. A(1;1), B(7;4), C(4;5).$$

$$5.6. A(1;1), B(-5;4), C(-2;5).$$

$$5.7. A(1;-1), B(-5;2), C(-2;3).$$

$$5.8. A(4;11), B(-1;-1), C(7;5).$$

$$5.9. A(4;1), B(2;-1), C(3;5).$$

$$5.10. A(0;1), B(2;-1), C(3;6).$$

Задание 6. Написать общее уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки

$$6.1. M_1(0, 1, 3), M_2(3, 0, 2), M_3(1, -1, 0). \quad 6.2. M_1(1, -2, 0), M_2(3, 0, -1), M_3(0, 2, 1).$$

$$6.3. M_1(3, -2, 4), M_2(2, 1, 0), M_3(1, -2, 0). \quad 6.4. M_1(1, 0, -1), M_2(2, 0, 1), M_3(2, -1, 3).$$

$$6.5. M_1(2, 0, 3), M_2(0, 0, -1), M_3(3, 2, -5). \quad 6.6. M_1(2, 1, 1), M_2(1, 2, 1), M_3(1, 1, 2).$$

$$6.7. M_1(1, -1, 2), M_2(1, 2, -1), M_3(-1, 1, 1). \quad 6.8. M_1(2, -1, 0), M_2(1, 0, 1), M_3(0, 2, -2).$$

$$6.9. M_1(1, 0, 1), M_2(0, 2, -2), M_3(1, 4, -3). \quad 6.10. M_1(0, 2, -1), M_2(1, -1, 1), M_3(3, 1, 1).$$

Задание 7. Составить канонические уравнения следующих кривых второго порядка:

- а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы.

Обозначения: A, B – точки, лежащие на кривой, F – фокус; a – большая (действительная) полуось; b – малая (мнимая) полуось; ε – эксцентриситет; $y = \pm kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директриса кривой, $2c$ – фокусное расстояние).

$$7.1. \text{ а) } b = 15, F(-10,0); \quad \text{ б) } a = 13, \varepsilon = \frac{14}{13}; \quad \text{ в) } D: x = -4.$$

$$7.2. \text{ а) } b = 2, F(4\sqrt{2};0); \quad \text{ б) } a = 7, \varepsilon = \frac{\sqrt{85}}{7}; \quad \text{ в) } D: x = 5.$$

$$7.3. \text{ а) } A(3;0), B(2; \frac{\sqrt{5}}{3}); \quad \text{ б) } k = \frac{3}{4}, \varepsilon = \frac{5}{4}; \quad \text{ в) } D: y = -2.$$

$$7.4. \text{ а) } a = 4, F(3,0); \quad \text{ б) } b = 2\sqrt{10}, F(-11,0); \quad \text{ в) } D: x = -2.$$

- 7.5. а) $a = 6, F(-4,0)$; б) $b = 3, F(7,0)$; в) $D: x = -7$.
- 7.6. а) $b = 7, F(5,0)$; б) $a = 11, \varepsilon = 12/11$; в) $D: x = 10$.
- 7.7. а) $\varepsilon = 3/5, A(0;8)$; б) $A(\sqrt{6},0), B(-2\sqrt{2};1)$; в) $D: y = 9$.
- 7.8. а) $b = 5, \varepsilon = 12/13$; б) $k = 1/3, 2a = 6$; в) ось симметрии Oy и $A(-9;6)$;
- 7.9. а) $b = 5, F(-10,0)$; б) $a = 9, \varepsilon = 4/3$; в) $D: x = 12$.
- 7.10. а) $2a = 22, \varepsilon = 10/11$; б) $k = \sqrt{11}/5, 2c = 12$; в) ось симметрии Ox и $A(-7;5)$.

Список рекомендуемой литературы

1. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – Москва: Айрис-пресс, 2014. – 602 с.
2. Шипачев В.С. Высшая математика, полный курс: учебник для бакалавров. – Москва: Юрайт, 2014. – 607 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: учебник для бакалавров, Т.1. – М.: Юрайт, 2014. – 702 с.
4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник. Ч.1. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 448 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник. Ч.2. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 464 с.

Интернет-ресурсы

1. Mathportal – математический портал. Режим доступа: <http://mathportal.net>.
2. Math24 – сайт по высшей математике. Режим доступа: <http://www.math24.ru>.
3. Видеоуроки по основным разделам высшей математики. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=KzL3cfQX3-U&list=PLEOOwQomrpAgGclMUt6-ykxgNaW7qez-Y> и далее по темам.