

Высшая школа энергетики, нефти и газа
Направления подготовки: 13.03.01.; 13.03.02.
(заочное отделение)

Контрольная работа № 1 по математике
Тема: Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия.
Введение в математический анализ.

Задание 1. Выполнить действия над матрицами.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$2(A+B)(2B-A)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	6	$(2A-B)(3A+B)-2AB$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
2	$3A - (A+2B)B$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$	7	$(A+B)A - B(2A+3B)$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
3	$(A-B)2A+2B$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	8	$A(2A+B) - B(A-B)$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
4	$2(A-0,5B)+AB$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$	9	$(A - B)(A + B) + 2A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
5	$(A-B)A+3B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	10	$2AB-(A+B)(A-B)$, где $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

Задание 2. Дана система линейных уравнений.

а) Решить систему по формулам Крамера; б) решить систему с помощью обратной матрицы; в) решить систему методом Гаусса.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$	6	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$	7	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$	9	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$	10	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$

Задание 3. Даны вершины тетраэдра A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти:

а) косинус угла между векторами $\overrightarrow{A_1A_2}$ и $\overrightarrow{A_1A_3}$;

б) площадь грани $A_1A_2A_3$;

в) объем тетраэдра $A_1A_2A_3A_4$.

Вариант	Вершины тетраэдра
1	$A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3).$
2	$A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4).$
3	$A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1).$
4	$A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6).$
5	$A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7).$
6	$A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3).$
7	$A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1).$
8	$A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7).$
9	$A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6).$
10	$A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1).$

Задание 4. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами A, B, C и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB .

Вариант	A	B	C	Вариант	A	B	C
1	(-3; 4)	(-2; -1)	(4; 1)	6	(3; 2)	(2; -5)	(-6; -1)
2	(4; -5)	(-3; 3)	(-5; -2)	7	(6; -4)	(-3; -7)	(-1; 2)
3	(3; 5)	(-4; -3)	(2; -4)	8	(-2; -1)	(7; 3)	(4; -3)
4	(-3; -2)	(5; -4)	(1; 6)	9	(3; 4)	(6; -7)	(1; 1)
5	(-2; 5)	(3; 4)	(4; -2)	10	(-4; -5)	(3; -3)	(5; 2)

Задание 5. Определить тип кривых и построить их. Для эллипса, гиперболы найти полуоси, эксцентриситет, координаты фокусов; для параболы – параметр p и координаты фокуса, для окружности – координаты центра окружности и радиус окружности.

Вариант	Задания	Вариант	Задания
1	$a) (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9;$ $б) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1;$ $в) \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1;$ $г) x^2 = 9y.$	6	$a) (x+3)^2 + (y-5)^2 = 4;$ $б) \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1;$ $в) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = -1;$ $г) y^2 = 7x.$
2	$a) (x+1)^2 + (y-2)^2 = 16;$ $б) \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1;$ $в) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1;$ $г) y^2 = 5x.$	7	$a) (x-3)^2 + (y+4)^2 = 25;$ $б) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1;$ $в) \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1;$ $г) y^2 = 16x.$
3	$a) (x+3)^2 + (y+3)^2 = 4;$ $б) \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1;$ $в) \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1;$ $г) y^2 = 3x.$	8	$a) (x-1)^2 + (y+4)^2 = 25;$ $б) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1;$ $в) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1;$ $г) y^2 = 4x.$
4	$a) (x-3)^2 + (y-2)^2 = 9;$ $б) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1;$ $в) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = -1;$ $г) y^2 = -4x.$	9	$a) (x+1)^2 + (y+1)^2 = 16;$ $б) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1;$ $в) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1;$ $г) x^2 = -6y.$

5	$a) (x-5)^2 + (y+3)^2 = 4;$ $б) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1;$ $в) \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1;$ $г) y^2 = -2x.$	10	$a) (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25;$ $б) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1;$ $в) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{64} = 1;$ $г) y^2 = -x.$
---	--	----	--

Задание 6. Найти пределы функций.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 3x^2 - 3}; б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+2x} - 1}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x.$	6	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 4}{x + x^3 + 5}; б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+1} - 1}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x.$
2	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + x^3 - 1}{2x^4 - x^2 + 3}; б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2};$ $в) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-x}}{x-2}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^x.$	7	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 3x + 1}{2 + 14x^2 + x}; б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4};$ $в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+3} \right)^{2x}.$
3	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 3}{5x^2 - 2x + 1}; б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6-x} - \sqrt{6+x}}{x}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{5x}.$	8	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+x+5x^3}{x^3 - 2x + 1}; б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{3+x}}{x};$ $г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x+8}{8x+1} \right)^{-3x}.$
4	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + x^2 + x^4};$ $б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2};$ $в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x-1}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-7}{5x+5} \right)^{-3x}.$	9	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 2}{6x^2 + 2x - 3};$ $б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2 - x};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x^2 + 2x}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-4}{4x+4} \right)^{-5x}.$
5	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x^2 + 2x}{2 + x^3};$ $б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2 + 2x - 3};$ $в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 1}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x+2}{9x+16} \right)^{2x}.$	10	$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 3x + 4}{x + 4x^2 + 5}; б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2};$ $в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{x}; г) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2}.$

Составитель Фарков А.В.

Литература: Выполнение расчетно-графических работ по математике. Учебно-методическая разработка. Составитель А.В.Фарков. – Архангельск: ИПЦ САФУ, 2013.