

Контрольная работа № 1 по математике
Тема: Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
Комплексные числа.

Высшая школа энергетики, нефти и газа (заочное отделение)
Направления подготовки: 13.03.01.; 13.03.02.

Задание 1. Найти производные y' данных функций.

| Вариант | Задание | Вариант | Задание |
|---------|--|---------|--|
| 1 | а) $y = \frac{\ln x}{4 - 3 \cos x}$; б) $y = \sin \frac{x}{4}$; в) $y = (2x)^{\cos x}$; г) $xy - \sin(x^2 y + x) = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{1-t}}. \end{cases}$ | 6 | а) $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$; б) $y = \cos \frac{4x}{3}$; в) $y = (\ln x)^{\cos x}$; г) $x^3 y - \cos(xy - x) = 0$; д) $\begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t. \end{cases}$ |
| 2 | а) $y = \frac{2 \sin x}{1 - \cos x}$; б) $y = \cos(1 - x^2)^{\frac{1}{x}}$; в) $y = (x + 1)^x$; г) $xy - \operatorname{ctg}(xy) = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = \frac{2}{\cos^2 t}. \end{cases}$ | 7 | а) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$; б) $y = \ln \frac{x}{5}$; в) $y = (x^2 + 1)^{\cos 3x}$; г) $x - \cos(xy) = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}, \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases}$ |
| 3 | а) $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$; б) $y = \arcsin(2x - 4)$ в) $y = (\ln x)^{3x}$; г) $\sin(xy) - x^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = e^{2t} \cos t, \\ y = e^{2t} \sin t. \end{cases}$ | 8 | а) $y = \frac{x}{1 + x^2}$; б) $y = \ln(x - \cos x)$ в) $y = (\sin 3x)^{x^2 - 1}$; г) $y^3 - 3x - 3 \sin(xy + x) = 0$; д) $\begin{cases} x = \ln(5 - 2t), \\ y = \operatorname{arctg}(5 - 2t). \end{cases}$ |
| 4 | а) $y = \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$; б) $y = \ln(2 - \cos^2 x)$ в) $y = (3x)^{\sin x}$; г) $e^{xy} - y - 5x = 0$; д) $\begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t \cos t. \end{cases}$ | 9 | а) $y = \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ б) $y = \arcsin \sqrt{x}$; в) $y = (x + 1)^{2x}$; г) $\sin(xy) - x + 2y = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$ |

| | | | |
|---|---|----|---|
| 5 | а) $y = \frac{3 \cos x}{1 + \cos x}$ б) $y = \ln(1 + x^2)$. в) $y = (x)^{\sin 2x}$; г) $\operatorname{tg}(xy) + 2y^2 - x = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin x. \end{cases}$ | 10 | а) $y = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ б) $y = \operatorname{tg} \frac{2x+1}{4}$. в) $y = (x^2 - 1)^{\sin 2x}$; г) $\cos(x^2 y) - y + 3x = 0$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{arctgt}, \\ y = \frac{t^2}{2}. \end{cases}$ |
|---|---|----|---|

Задание 2. Исследовать функцию $y = f(x)$ и построить ее график.

| Вариант | Задание | Вариант | Задание |
|---------|-------------------------------|---------|-------------------------------|
| 1 | $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$. | 6 | $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$. |
| 2 | $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$. | 7 | $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. |
| 3 | $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 8$. | 8 | $y = x^3 - 3x^2 - 15x - 8$. |
| 4 | $y = x^3 - 3x^2 - 24x - 2$. | 9 | $y = x^3 + 3x^2 - 24x + 2$. |
| 5 | $y = x^3 + 12x^2 + 45x + 5$. | 10 | $y = x^3 - 12x^2 + 45x - 5$. |

Задание 3. Найти пределы, используя правила Лопиталя:

| Вариант | Задание | Вариант | Задание |
|----------|---|----------|---|
| 1 | а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+5)}{x+3}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg} 2x}$. | 2 | а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}$. |
| 3 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(1 + 0,5x) - x}{x^2}$. | 4 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$. |
| 5 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 2x}$. | 6 | а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x^3}$. |
| 7 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\operatorname{tg} x}$, | 8 | а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{5-2x}-1}$, |

| | | | |
|----------|---|-----------|---|
| | б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin 2x}{\cos 3x}$. | | б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{arctg}(x+2)}{x+2}$. |
| 9 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$. | 10 | а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}$, б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$. |

Задание 4. Найдите $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$ (числа взять из таблицы).

| Вариант | z_1 | z_2 | z_3 |
|---------|----------|----------|-----------|
| 1 | $2 + 2i$ | $1 - 3i$ | $4 + 5i$ |
| 2 | $2 - 2i$ | $2 + 3i$ | $1 - 3i$ |
| 3 | $1 + i$ | $1 - 3i$ | $8 + 10i$ |
| 4 | $4 - 4i$ | $2 + 3i$ | $2 - 6i$ |
| 5 | $1 - 3i$ | $3 - i$ | $4 + 3i$ |
| 6 | $6 + 2i$ | $2 + i$ | $1 - i$ |
| 7 | $6 - 2i$ | $2 + i$ | $1 + i$ |
| 8 | $3 - i$ | $3 + 4i$ | $2 - 3i$ |
| 9 | $3 + i$ | $3 - i$ | $3 + 2i$ |
| 10 | $2 + 3i$ | $3 + 2i$ | $3 - 4i$ |

Задание 5. Дано комплексное число z в алгебраической форме. Представьте его в тригонометрической форме.

Найдите: а) z^n ;

б) все значения корня $\sqrt[n]{z}$, изобразите их на комплексной плоскости.

| Вариант | z | n |
|---------|--|-----|
| 1 | $-4\sqrt{3} + 4i$ | 3 |
| 2 | $\sqrt{3} + i$ | 4 |
| 3 | $1 - i$ | 3 |
| 4 | $-i$ | 4 |
| 5 | $-4i$ | 4 |
| 6 | $\sqrt{3} - 3i$ | 3 |
| 7 | $\frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}i$ | 4 |
| 8 | $-1 - i$ | 4 |
| 9 | $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ | 4 |
| 10 | $-8i$ | 3 |

Литература: Выполнение расчетно-графических работ по математике.

Учебно - методическая разработка. Составитель Фарков А.В. – Архангельск: ИПЦ САФУ, 2013. 116 с.