

Министерство образования и науки РФ
Северный (Арктический) федеральный университет
Кафедра математики

Вопросы к зачету по математике
для студентов заочной формы обучения
специальностей 21.03.02 Землеустройство и кадастры
1 семестр

1. Матрицы и действия с ними.
2. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя n -го порядка.
3. Системы линейных уравнений. Разрешимость системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Методы решения: Крамера, обратной матрицы и Гаусса. Ранг матрицы.
4. Векторы. Действия с ними. Способы задания. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис.
5. Скалярное произведение двух векторов. Свойства. Вычисление в координатной форме.
6. Векторное произведение двух векторов. Свойства. Вычисление в координатной форме. Геометрический смысл модуля векторного произведения.
7. Смешанное произведение трех векторов. Свойства. Вычисление в координатной форме. Геометрический смысл модуля смешанного произведения.
8. Системы координат на плоскости: декартова и полярная. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос и поворот.
9. Прямая на плоскости. Различные уравнения прямой: общее, с угловым коэффициентом, каноническое, в отрезках и уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
10. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Определение. Каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы. Приведение общего уравнения кривой к каноническому.
11. Плоскость в пространстве. Различные уравнения плоскости: общее, в отрезках и уравнение плоскости, проходящей через три точки. Взаимное расположение двух плоскостей.
12. Прямая в пространстве. Различные уравнения прямой в пространстве: каноническое и параметрическое, уравнение прямой в виде пересечения двух

плоскостей. Взаимное расположение двух прямых. Переход от одного задания прямой к другому.

13. Поверхности второго порядка.

14. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства.

15. Предел последовательности. Определение. Свойства.

16. Замечательный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$. Следствия.

17. Предел функции. Определения. Основные теоремы и свойства.

18. Замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Следствия.

19. Сравнения бесконечно малых и бесконечно больших. Эквивалентные функции.

20. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции.

Расчетно-графическая работа №1

Задание 1.

Выполнить действия над матрицами.

1.1 $2(A+B)(2B-A)$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

1.6 $(2A-B)(3A+B)-2A$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1.2 $3A-(A+2B)B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

1.7 $(A+B)A-B(2A+3B)$, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix}$$

1.3 $(A-B)2A+2B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

1.8 $A(2A+B)-B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1.4 $2(A-0,5B)+AB$, где

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ -3 & -2 & 0 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

1.9 $(A-B)(A+B)+2A$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1.5

$(A-B)A+3B,$

где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

1.10

$2A-(A+B)(A-B),$

где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Задание 2.

Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;
2. Решить систему с помощью обратной матрицы.
3. Решить систему методом Гаусса.

2.1

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$$

2.6

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

2.2

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

2.7

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

2.3

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

2.8

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

2.4

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

2.9

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

2.5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

2.10

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12 \end{cases}$$

Задание 3.Даны координаты четырех точек A_1, A_2, A_3, A_4 .

- а) Вычислить площадь треугольника $A_1A_2A_3$.

б) Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 .

в) Найти расстояние от точки A_4 до плоскости проходящей через точки A_1, A_2, A_3 .

3.1 $(1; 3; 6),$ $(2; 2; 1),$ $(-1; 0; 1),$ $(-4; 6; -3).$

3.2 $(-4; 2; 6),$ $(2; -3; 0),$ $(-10; 5; 8),$ $(-5; 2; -4).$

3.3 $(7; 2; 4),$ $(7; -1; -2),$ $(3; 3; 1),$ $(-4; 2; 1).$

3.4 $(2; 1; 4),$ $(-1; 5; -2),$ $(-7; -3; 2),$ $(-6; -3; 6).$

3.5 $(-1; -5; 2),$ $(-6; 0; -3),$ $(3; 6; -3),$ $(-10; 6; 7).$

3.6 $(0; -1; -1),$ $(-2; 3; 5),$ $(1; -5; -9),$ $(-1; -6; 3).$

3.7 $(5; 2; 0),$ $(2; 5; 0),$ $(1; 2; 4),$ $(-1; 1; 1).$

3.8 $(2; -1; -2),$ $(1; 2; 1),$ $(5; 0; -6),$ $(-10; 9; -7).$

3.9 $(-2; 0; -4),$ $(-1; 7; 1),$ $(4; -8; -4),$ $(1; -4; 6).$

3.10 $(14; 4; 5),$ $(-5; -3; 2),$ $(-2; -6; -3),$ $(-2; 2; -1).$

Задание 4.

Определить тип кривых и построить их. Для эллипса, гиперболы найти полуоси, эксцентриситет, координаты фокусов; для параболы – параметр p и координаты фокуса.

4.1 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
 $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$
 $y^2 = 4x - 16$

4.6 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{4} = 1$
 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
 $y^2 = 4 - 2x$

4.2 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$
 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$
 $y^2 = 2x - 10$

4.7 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$
 $y^2 = 6 - 2x$

$$4.3 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} &= 1 \\ \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} &= 1 \\ y^2 &= 12 + 6x \end{aligned}$$

$$4.4 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} &= 1 \\ \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} &= 1 \\ y^2 &= 12 - 4x \end{aligned}$$

$$4.5 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} &= 1 \\ \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} &= 1 \\ y^2 &= 6 + 2x \end{aligned}$$

$$4.8 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} &= 1 \\ \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} &= 1 \\ y^2 &= 4 + 2x \end{aligned}$$

$$4.9 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} &= 1 \\ \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} &= 1 \\ y^2 &= 12 - 6x \end{aligned}$$

$$4.10 \quad \begin{aligned} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} &= 1 \\ \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{64} &= 1 \\ y^2 &= 8 - 4x \end{aligned}$$

Задание 5.

Найти пределы функций, не пользуясь правилами Лопиталья.

$$5.1 \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 - 3x^2 - 3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 2x} - 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\operatorname{arctg} x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x.$$

$$5.6 \quad \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 4}{x + x^3 + 5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1} - 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} 4x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x.$$

5.2

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + x^3 - 1}{2x^4 - x^2 + 3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - x}{x-2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arcsin 5x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^x$.

5.3

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 3}{5x^2 - 2x + 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6-x} - \sqrt{6+x}}{x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{5x}$.

5.4

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + x^2 + x^4}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 3x + 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x-1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin^2 2x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-7}{5x+5} \right)^{-3x}$.

5.5

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 3x^2 + 2x}{2 + x^3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2 - 1}$;

5.7

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 3x + 1}{2 + 14x^2 + x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x+3} \right)^{2x}$.

5.8

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^3}{x^3 - 2x + 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{3+x}}{x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x+8}{8x+1} \right)^{-3x}$.

5.9

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 2}{6x^2 + 2x - 3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x^2 + 2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos 2x}{x^2}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-4}{4x+4} \right)^{-5x}$.

5.10

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 3x + 4}{x + 4x^2 + 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$;

$$в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8-x} - 2}{x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\arcsin 7x};$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x+2}{9x+16} \right)^{2x}.$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+5}{x^2-5} \right)^{x^2}.$$

Задание 6.

Задана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2 . Требуется:

- 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти ее пределы в точке разрыва слева и справа; 3) сделать схематический чертеж.

6.1 $f(x) = 9^{1/(2-x)}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

6.2 $f(x) = 4^{1/(3-x)}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

6.3 $f(x) = 12^{1/x}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

6.4 $f(x) = 3^{1/(4-x)}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

6.5 $f(x) = 8^{1/(5-x)}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$.

6.6 $f(x) = 10^{1/(7-x)}$, $x_1 = 5$, $x_2 = 7$.

6.7 $f(x) = 14^{1/(6-x)}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 6$.

6.8 $f(x) = 15^{1/(8-x)}$, $x_1 = 6$, $x_2 = 8$.

6.9 $f(x) = 11^{1/(4+x)}$, $x_1 = -4$, $x_2 = -2$.

6.10 $f(x) = 13^{1/(5+x)}$, $x_1 = -5$, $x_2 = -3$.

Учебно-методическая литература

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова В.И. Высшая математика в упражнениях и задачах. т.1, М: Высшая школа –2003, 304 с.
2. Кручкович Г.И., Гутарина Н.И., Дюбюк П.Е. Сборник задач по курсу высшей математики.- М.: Высшая школа, 1973.- 576 с.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс.- 4 изд.- М.: Айрис-прес, 2006.- 608 с.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1, 2 ч.- М.: Рольф, 2001.
5. Клетенник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. - М.: Наука, 1977.
6. Старжинская О.Н. Кривые второго порядка: Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической (контрольной) работы.- Архангельск: Изд-во АГТУ .- 2008, 18 с. (<http://narfu.ru/isia/km/education/books/>)
7. Шипачев В.С. Высшая математика. - М.: Высшая школа, - 1996, 479 с.

Утверждаю:

Заведующий кафедрой математики

В.Н. Попов

20.10.17