

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 3.2.1

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ
ЛИНЗЫ И ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ
ПО КОЛЬЦАМ НЬЮТОНА***

* Степанова Л.Ф. Волновая оптика: Методические указания к выполнению лабораторных работ по физике / Л.Ф. Степанова, В.В. Некрасов, М.М. Яблоновская. – Архангельск: РИО АЛТИ, 1988. – 36 с.

Теоретические положения

При наложении световых волн может происходить перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах будут наблюдаться максимумы интенсивности, в других – минимумы. Такое явление называется интерференцией света. Интерференция возникает только при наложении когерентных волн, то есть таких, которые имеют одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз в точке наложения. Источники таких волн также называются когерентными.

Естественные источники света не когерентны, поэтому от двух разных источников (например, от двух ламп накаливания) нельзя получить интерференционной картины. Когерентные световые волны можно получить, разделив каким-либо образом световую волну от исходного источника на две части. Эти две «половины», пройдя разные оптические пути, при наложении будут интерферировать. Результат интерференции в каждой точке наблюдения зависит от разности фаз δ интерферирующих волн. Разность фаз определяет значение амплитуды, а значит, и энергии результирующего колебания. В точке O (рис.1) происходит разделение волны на две половины. До точки P волны проходят пути l_1 и l_2 в средах с показателями преломлений n_1 и n_2 . Уравнение световых колебаний в точке P для двух когерентных волн:

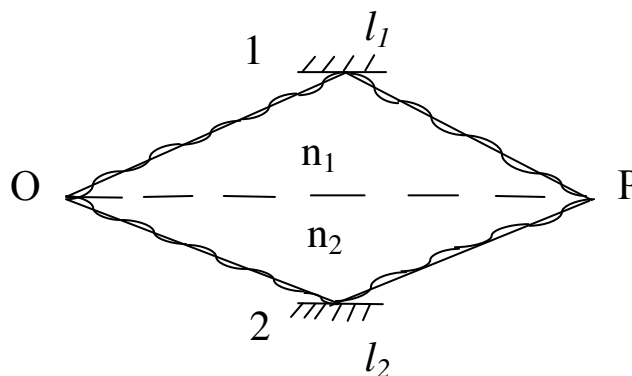


Рисунок 1 – Интерференция волн

$$y_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{l_1}{v_1} \right)$$

$$y_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{l_2}{v_2} \right)$$

Результирующее колебание в точке P будет иметь амплитуду A :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta, \quad (1)$$

где δ - разность фаз двух когерентных волн,

$$\delta = \omega \left(t - \frac{l_2}{v_2} \right) - \omega \left(t - \frac{l_1}{v_1} \right) = \omega \left(\frac{l_1}{v_1} - \frac{l_2}{v_2} \right);$$

v_1, v_2 - скорости распространения света в средах с показателями преломления n_1 и n_2 , $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$;

ω - циклическая частота, $\omega = 2\pi\nu$;

Для разности фаз получается следующее выражение:

$$\delta = 2\pi\nu \left(\frac{l_1 n_1}{c} - \frac{l_2 n_2}{c} \right) = \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 n_1 - l_2 n_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (2)$$

где Δ - оптическая разность хода для лучей 1 и 2;

λ - длина волны, $\lambda = cT = c/\nu$.

Максимум интенсивности в точке P будет, если в выражении (1) $\cos \delta = 1$, то есть $\delta = 2k\pi$, а минимум - при $\cos \delta = -1$, то есть $\delta = (2k+1)\pi$ (где k - любое целое число). Используя связь между δ и Δ , из выражения (2) можно написать соответствующие условия интенсивности:

максимума

$$\delta = 2k\pi, \quad \Delta = k\lambda \quad (3)$$

минимума

$$\delta = (2k+1)\pi, \quad \Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (4)$$

где $k = 0, 1, 2, 3 \dots$

Рассмотрим кратко интерференцию света от тонкой пластинки (или пленки).

Пусть под углом α к поверхности пленки (или пластинки) падают световые волны (рис. 2). Эти лучи частично отражаются (точки A и C) и частично преломляются. В отраженном свете от любой точки пластинки (например, точки C) будут идти лучи, отраженные от верхней и нижней поверхности пластины. Происходит разделение исходной световой волны на две части, которые будут когерентны. Разность хода лучей, как видно из рис. 2, определяется оптической разностью хода на участках $AB+BC$ и DA . Несложные расчеты приводят к выражению

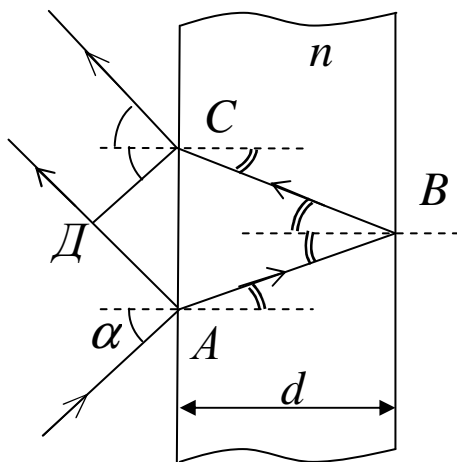


Рисунок 2 - Ход лучей в пленке (пластинке)

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

Из данной формулы видно, что разность хода лучей для однородной пластинки ($n = \text{const}$) и для монохроматических лучей ($\lambda = \text{const}$) зависит от толщины пластинки d и угла падения лучей. Рассмотрим два случая: 1) на плоскопараллельную пластинку ($d = \text{const}$) падает расходящийся пучок света (α меняется); 2) на воздушный «клин» между линзой и пластиной (d меняется) падают лучи под одним и тем же углом ($\alpha = \text{const}$).

В первом случае наблюдается интерференционные полосы равного наклона, во втором - равной толщины.

Образование полос равного наклона показано на рис. 3. Лучи света, прошедшие линзу O , дают расходящийся конус лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку толщиной d .

Эти лучи от первой поверхности частично отражаются и частично проходят сквозь пластинку и отражаются от другой ее поверхности. Отраженный под одним и тем же углом α конус лучей пересекает экран \mathcal{E} по окружности радиуса r . В пределы этой окружности попадут лучи, отраженные от двух поверхностей. Эти лучи когерентны, поэтому они будут интерферировать. Если разность хода лучей для данного угла α по формуле (5) равна $\kappa\lambda$ (условие (3)), то на экране будет светлая окружность радиуса r . Для тех углов падения, для которых $\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}$, будут наблюдаться темные окружности. Следовательно, на экране возникнет система интерференционных полос, каждая из которых соответствует определенному углу α . Пусть r – радиус темного кольца на экране; n – показатель преломления стеклянной пластинки; d – толщина этой пластинки; l – расстояние между экраном и пластинкой; α - угол падения лучей на пластинку; β - угол преломления. Обычно при наблюдении интерференции $r \ll l$ и $d \ll l$. Разность хода интерферирующих лучей определена выражением (5). Для темного кольца (min) $\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}$. Используя последнее, преобразуем выражение (5);

$$\kappa\lambda = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

Между α , r и l существует следующая зависимость:

$$\text{tg } \alpha = \frac{r}{2l}. \quad (7)$$

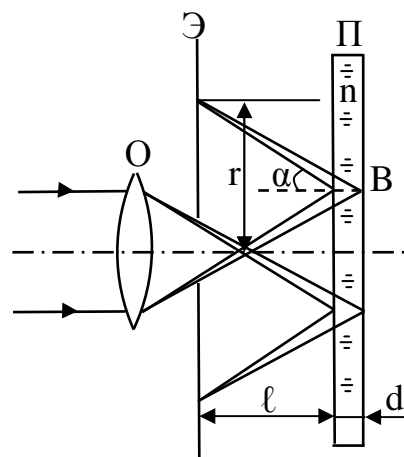


Рисунок 3 – Образование полос равного наклона

Для малых углов α (так как $r \ll l$) $\text{tg } \alpha \cong \sin \alpha$, следовательно, выражение (6) с учетом формулы (7) можно записать

$$\kappa \lambda = 2d \sqrt{n^2 - \text{tg}^2 \alpha} = 2dn \sqrt{1 - \frac{r^2}{4n^2 l^2}}. \quad (8)$$

Раскладываем в ряд по малому параметру выражения

$$\sqrt{1 - \frac{r^2}{4n^2 l^2}} = \left(1 - \frac{r^2}{4n^2 l^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{r^2}{8n^2 l^2}.$$

Получаем следующее значение радиуса:

$$r^2 = 8n^2 l^2 - \left(\frac{4\lambda n l^2}{d}\right) \kappa. \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что r^2 линейно зависит от порядка интерференции κ , следовательно, и от порядкового номера наблюдаемых колец N .

На рис.4 пояснено образование полос равной толщины, называемых кольцами Ньютона. Плосковыпуклая линза с большим радиусом кривизны кладется выпуклой стороной на хорошо отполированную стеклянную пластинку. Между линзой и пластинкой в этом случае будет тонкий слой, который утолщается от центра (точка O) к краям. Этот слой и играет роль пленки переменной толщины, от верхней и нижней поверхности которой отражаются когерентные волны. На рис.5 изображена часть этой пленки с показателем преломления n . Луч I падает на нижнюю поверхность линзы в точке A под углом α . Здесь он разделяется на лучи 1 и 2. первый из которых отражается в точке A , а второй преломляется под углом β , затем отражается от пластинки в точке B и выходит из «клины» в точке C . Оба луча, пройдя разные оптические пути, встречаются в точке D . Результат интерференции зависит от оптической разности хода Δ .

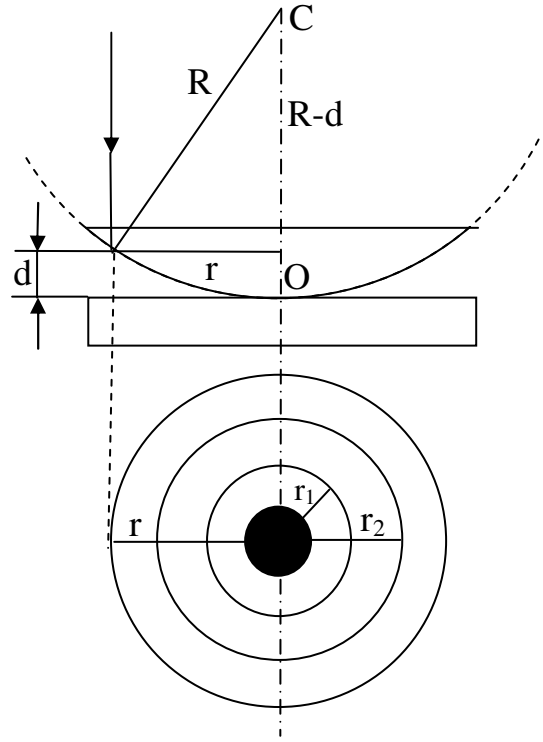


Рисунок 4 – Кольца Ньютона

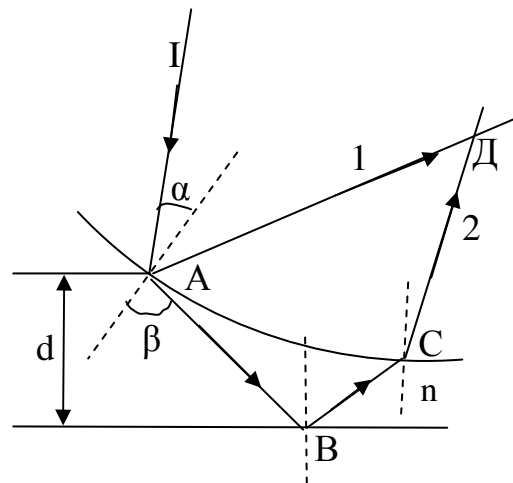


Рисунок 5 – Ход лучей в воздушном зазоре

При $\alpha = 0$ из выражения (5) получаем

$$\Delta = 2dn \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (10)$$

При нормальном падении лучей и очень малой толщине d точки A и C (рис.5) практически совпадают, то есть пересечение лучей будет вблизи поверхности «клина», практически на сферической поверхности. Места одинаковой толщины d располагаются по окружности радиуса r с центром в точке O . Если d таково, что $\Delta = \kappa\lambda$, то наблюдается светлая интерференционная полоса (светлое кольцо), если же $\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}$, то – темное кольцо.

Таким образом, вблизи сферической поверхности линзы в отраженном свете получается следующая картина: в центре – темное пятно ($d=0$; $\Delta = \frac{\lambda}{2}$), окруженное рядом концентрических светлых и темных колец, называемых интерференционными полосами равной толщины.

Между радиусами наблюдаемых колец r (см. рис.4) радиусом линзы R и толщиной «клина» d существует зависимость

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2.$$

При условии $d^2 \ll 2Rd$

$$r^2 \cong 2Rd \quad (11)$$

Для темных колец (минимума интерференции) $\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}$.

При совокупности условия (4) с выражениями (10) и (11) получаем

$$r^2 = \frac{\kappa\lambda R}{n} \quad (12)$$

при $n=1$ (воздушная среда между линзой и пластинкой) для κ -го темного кольца имеем

$$r^2 = \kappa\lambda R \quad (13)$$

Аналогично для светлых колец

$$r^2 = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} R. \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) получены при условии идеального контакта линзы и пластинки в единственной точке O (см. рис.4).

Практически такой контакт невозможен по следующим причинам:

1) упругая деформация стекол приводит к тому, что соприкосновение линзы с пластинкой может быть в нескольких точках;

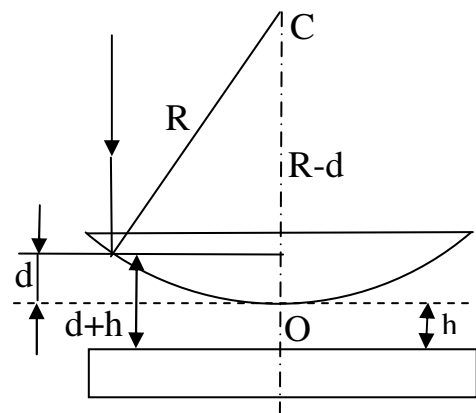


Рис. 6

2) наличие пыли на поверхности стекол приводит к появлению зазора h между вершиной линзы и пластинкой (Рис.6).

Нетрудно показать, что в этом случае произойдет изменение радиусов колец и формы (13) и (14) нужно будет вводить поправки.

Оптическая разность хода при толщине «клина» $d+h$ в месте наблюдения кольца радиусом r

$$\Delta = 2(d+h)n + \frac{\lambda}{2}$$

Для темных колец при $n=1$ получаем

$$r^2 = \kappa\lambda R - 2hR$$

Для двух колец (κ_1 и κ_2)

$$r_2^2 - r_1^2 = (\kappa_2 - \kappa_1) \lambda R \quad (15)$$

Таким образом, по измеренным радиусам колец можно определить λ (или R).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ И ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ПО КОЛЬЦАМ НЬЮТОНА

Цель работы – ознакомление студентов с явлением интерференции, возникающим в системе линза – плоскопараллельная пластинка, и определение длины световой волны по измеренным интерференционным кольцам Ньютона.

Описание установки и метода измерения

На схеме (рис. 7) установки изображены: S – источник света (лампочка накаливания), З – зеркало, направляющие лучи на систему линза - пластинка, Л – плосковыпуклая линза, П – плоскопараллельная пластинка, С – светофильтр, М – микроскоп с окулярным микрометром, по шкале которого определяются радиусы темных колец (r). Вблизи фокальной плоскости окуляра одновременно с окулярной шкалой проектируется увеличенное изображение колец (рис.8). При вращении микрометрического винта окулярного микрометра в поле зрения окуляра по горизонтали перемещаются перекрестие и две риски. Барабан микрометра имеет 100 делений по окружности. Полный оборот его соответствует перемещению по горизонтали рисок на 1мм (одно деление неподвижной шкалы), следовательно,

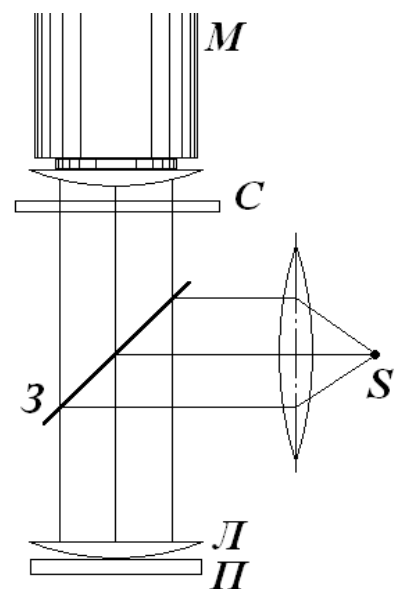


Рисунок 7 – Схема лабораторной установки

цена деления барабана – 0,01 мм. Из рис.8 видно как определяются диаметры колец. Перекрестие установлено на четвертое кольцо, индекс (две риски) расположен между первым и вторым делениями окулярной шкалы и на барабане микрометра 58 делений. Отсчет $N_1=1,58$ мм. Переместим перекрестие вдоль диаметра на правую границу кольца. На рис.8 новое положение индекса и перекрестия отмечено пунктиром. Если второй отсчет $N_2=6,64$ мм, то диаметр

$$D = 2r = N_2 - N_1 = 6,64 - 1,58 = 5,06 \text{ мм}$$

и

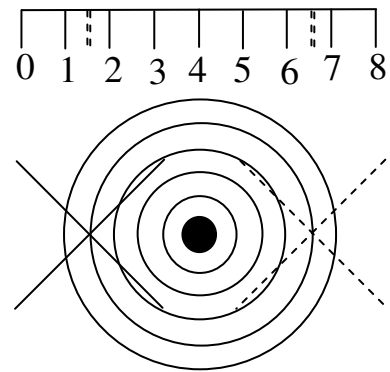
$$r = 2,53 \text{ мм}.$$


Рисунок 8 – Кольца Ньютона

Порядок выполнения работы и обработки результатов измерений

1. Включить осветитель и вращением окуляра микроскопа добиться резкости изображения перекрестия окулярных нитей и индекса.
2. Вертикальным перемещением трубы микроскопа сфокусировать его на резкую видимость интерференционной картины.
3. Поставить светофильтр, пропускающий свет известной длины волны (длина волны указана на светофильтре).
4. Убедиться, что центр колец Ньютона находится в середине поля зрения микроскопа и перемещение перекрестия происходит вдоль диаметра колец. Если кольца смещены, то с помощью преподавателя или лаборанта сместить линзу с пластинкой для получения правильного расположения колец.
5. Вращение микрометрического винта установить перекрестие на левый край достаточно удаленного кольца (например, девятого) и произвести отсчет N_1 по шкале и барабану микрометра. Далее перевести перекрестие последовательно на 8-е, 7-е и другие кольца слева от центра и произвести подобные отсчеты N_1 . Пройдя центральное (темное) кольцо, снять отсчеты N_2 для 1-го, 2-го и так далее темных колец справа. Результаты измерений занести в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты измерений

Номер кольца	N_1 , мм (слева)	N_2 , мм (справа)	$D=N_2-N_1$, мм	r , мм	r^2 , мм ²
9					
8					
7					

...					
-----	--	--	--	--	--

6. Вычислить диаметры и радиусы всех измеренных колец.
7. Поставить светофильтр, пропускающий свет неизвестной длины волны λ_x . Измерить диаметры всех видимых темных колец и результаты измерений оформить в табличном виде.
8. Пользуясь результатами табл. 1, построить график $r^2 = f(k)$ (где k - номер кольца).

Как видно из уравнения (15), этот график должен быть линейным $y = ax \pm b$.

Угловым коэффициентом этой прямой можно определить по двум точкам, координаты которых $r_1^2 k_1$ и $r_2^2 k_2$. Из уравнения (15) видно, что угловым коэффициентом $(r_2^2 - r_1^2) / (k_2 - k_1)$ позволяет по известной длине волны λ_0 определить радиус кривизны линзы R :

$$\frac{r_2^2 - r_1^2}{k_2 - k_1} = \lambda_0 R$$

9. Аналогично построить график $r^2 = f(k)$, выбрав две точки, лежащие на прямой, и, зная R , определить λ_x по уравнению (15).

Контрольные вопросы

1. Какие волны называются когерентными и каким образом можно получить их практически?
2. Объяснить качественно возникновение интерференционных колец Ньютона.
3. Вывести формулу, связывающую радиусы темных колец, радиус линзы и длину волны.
4. Как изменятся (увеличатся или уменьшатся) радиусы колец Ньютона, если пространство между линзой и пластинкой заполнить водой ($n_{\text{воды}} = 1,33$)?
5. Определить расстояние между линзой и пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо Ньютона.

Литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика.- М.: Наука, 1976.- 926 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2.-М.: Наука, 1978.-480 с.
3. Трофимова Т.И. Курс физики.- М.: Высш. шк., 1985.-432 с.
4. Шубин А.С. Курс общей физики.- М.: Выс. шк., 1976.- 480 с.